2021/6/9 配布

数学演習 IA—8 回目 (行列式)

[教科書 p79, 練習問題 3.4(1)(2)(3)(5)。ただし小問は異なります。]

[**1**] 次の行列 A, B, C, D の行列式を求めよ。なお、答えは因数分解しください。

$$A = \begin{pmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & x & x \\ 1 & 1 & x & 1 \\ x & x & x & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} x & 1 & 2 & 1 \\ 1 & x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & x & 1 \\ 1 & 2 & 1 & x \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & x & 1 & 1 \\ x & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & x \\ 1 & 1 & x & 0 \end{pmatrix}.$$

[**2**] そして、因数分解されたそれぞれの因子に対して、行列式が 0 であることが行列式の性質からすぐにわかる場合は、それを説明せよ。

答案作成上のコメント：

- [1] 当然のことですが、答えだけでなく途中の導出を書いてください。
- 教員をあっと驚かすような解法も期待しています。
- [2] 例えば、例題 3.3(1)(p77) であれば、「$x = 1$ の時は第 1 列と第 2 列が一致する、$y = 1$ の時は第 1 列と第 3 列が一致する、$y = x$ の時は第 2 列と第 3 列が一致するので行列式は 0 である。」の様な理由づけが期待されています。
- A の [1][2] をして、次に B の [1][2] をして、... と言う順序で答案を書いてもいいですし、[1] を A, B, C, D の順に答えた後、[2] に順次取り掛かる順序で記載してもどちらでも良いです。
- [2] 必ずしも、全ての因子に対して<u>簡単な</u>理由づけが存在するわけではありません。問題の意図はやや曖昧です。