

- 1 次の複素数を求めて，複素平面上に図示せよ．

$$\sqrt[6]{-1} \quad (\text{方程式 } z^6 = -1 \text{ の解})$$

- 2 調和関数について次の問いに答えよ．

- (1) 調和関数について説明し， $u(x, y) = y^3 - 3x^2y$ が調和関数であることを示せ．
- (2) 共役調和関数について説明し，(1) の $u(x, y)$ の共役調和関数を求めよ．

- 3 解析関数の定める等角写像について次の問いに答えよ．

- (1) 解析関数 $F(z) = e^z$ による左半平面 $\{\operatorname{Re}(z) < 0\}$ の像を求めて図示せよ．
- (2) 解析関数 $F(z) = \cos z$ による領域 $\{z \mid 0 \leq \operatorname{Re}(z) < \pi/4\}$ の像を求めて，図示せよ．

- 4 次の問いに答えよ．

- (1) 1 次分数変換 F で次の条件をみたすものを求めよ．

$$F(1) = 0, \quad F(i) = 1, \quad F(-1) = \infty$$

- (2) 上半平面上の調和関数 $u(z)$ で実軸上で次の境界値をとるものを求めよ．

$$u(x) = \begin{cases} 1 & (0 < x < 1); \\ 0 & (x < 0 \text{ または } 1 < x). \end{cases}$$

- (3) 単位円板 $D = \{|z| < 1\}$ 上の調和関数 $v(z)$ で次の境界値をとるものを求めよ．

$$v(e^{i\theta}) = \begin{cases} 1 & (0 < \theta < \pi/2); \\ 0 & (\pi/2 < \theta < 2\pi). \end{cases}$$

- 5 関数 $F(z) = iz^2$ を複素ポテンシャルとする完全流について問いに答えよ．

- (1) 流れを表すベクトル場を求めよ．
- (2) 流線の概略を図示せよ．また，その図に流れの向きを書き入れよ．

1

