

学生番号

氏名

1 次の関数の微分を求めよ.

$$F(x) = (x^2 + 1)^5 + 2(x^2 + 1)^3 + 3(x^2 + 1) \quad G(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

ただし、微分についての法則をどのように用いたか説明すること.

[解答] 関数 $F(x)$ は2つの関数

$$f(x) = x^5 + 2x^3 + 3x, \quad g(x) = x^2 + 1$$

の合成として

$$F(x) = f(g(x))$$

と表すことができる.

$$f'(x) = 5x^4 + 6x^2 + 3, \quad g'(x) = 2x$$

であるので、合成関数の微分法則から

$$F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = (5(x^2 + 1)^4 + 6(x^2 + 1)^2 + 3) \cdot 2x$$

$G(x)$ は2つの関数

$$f(x) = \log x, \quad g(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$$

の合成として

$$G(x) = f(g(x))$$

と表すことができる. 合成関数の微分法則を用いれば

$$(\sqrt{x^2 + 1})' = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

であることがわかるので

$$f'(x) = 1/x, \quad g'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

である. よって

$$F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \cdot \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$