微分積分学　小テスト　No.4　(5/14)

学生番号　　**氏名**

$\boxed{1}$ 次の極限を求めよ．

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sin(h^2)\cdot\sin(2h)}{h^3}, \qquad \lim_{h\to 0}\frac{\sin h-\tan h}{h^3}$$

[解答] (1)

$$\begin{aligned}\frac{\sin(h^2)\cdot\sin(2h)}{h^3} &= \frac{\sin(h^2)}{h^2}\cdot\frac{\sin(2h)}{h}\\ &= \frac{\sin(h^2)}{h^2}\cdot\frac{\sin(2h)}{h}\\ &= 2\cdot\frac{\sin(h^2)}{h^2}\cdot\frac{\sin(2h)}{2h}\end{aligned}$$

と変形する．$h\to 0$ であるとき $h^2\to 0$ かつ $2h\to 0$ であることに注意すれば，極限の性質から

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sin(h^2)\cdot\sin(2h)}{h^3}2\cdot 1\cdot 1=2$$

(2)

$$\begin{aligned}\frac{\sin h-\tan h}{h^3} &= \frac{\sin h\cos h-\sin h}{h^3}\\ &= -\frac{\sin h\cdot(1-\cos h)}{h^3}\cdot\frac{1+\cos h}{1+\cos h}\\ &= -\left(\frac{\sin h}{h}\right)^3\cdot\frac{1}{1+\cos h}\end{aligned}$$

と変形する．極限の性質から

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sin h-\tan h}{h^3}=-1^3\cdot\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$