

1 次の言葉，記号について説明せよ.

複素数，実部，虚部，複素共役，極表示（極形式），偏角，偏角の主値，絶対値，  
オイラーの公式，ドモアブルの公式，べき根，領域<sup>\*</sup>， $\arg$  と  $\text{Arg}$ ，

また，次の事柄について説明せよ.

- (1) 2つの複素数  $\alpha, \beta$  の極座標と積  $\alpha\beta$  および商  $\alpha/\beta$  の極座標の関係.
- (2) 複素数  $\alpha$  の極座標とべき乗  $\alpha^n$  の極座標の関係.
- (3) 複素数  $\alpha$  の極座標とべき根  $\sqrt[n]{\alpha}$ （つまり  $z^n = \alpha$  の解）の極座標の関係.
- (4) 複素数  $\alpha$  とその複素共役  $\bar{\alpha}$  の極座標の関係.

2 次の値を (a) 通常の数値計算と (b) 極座標をつかった幾何学的方法で求めよ.

$$(a) (1 + \sqrt{3}i)^3 \qquad (b) \frac{1+i}{1-i} \qquad (c) (1+i)^5$$

3 次の値（複素数）を求めて，複素平面上に図示せよ.

$$(a) \left(\frac{6+8i}{4-3i}\right)^2 \qquad (b) \sqrt[4]{-4} \quad (\text{これは } z^4 = -4 \text{ の4つの解を表す.})$$

4 次の方程式の解を求めて，複素平面上に図示せよ.

- (1)  $z^3 = 1 + i$ ,
- (2)  $z^2 + (7+i)z + 24 + 7i = 0$ . (ヒント：平方完成)

5 次の等式と不等式を示せ.

$$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2, \qquad |z+w| \leq |z| + |w|$$

★ 教科書の問題 1.1, 1.2 も参照

1 次の事柄について説明せよ.

- (1) 複素変数の指数関数  $e^z$  と三角関数 ( $\sin z, \cos z, \tan z$ ) の定義.
- (2) 対数関数  $\ln(z)$  と対数関数の主値  $\text{Ln}(z)$ .
- (3) 一般べき  $z^\alpha$  の定義とその多価性.

2 次の等式を確かめよ.

$$|e^z| = e^{\text{Re}(z)}, \quad \arg e^z = \text{Im}(z).$$

3 次の等式を確かめよ.

$$\cosh(z+w) = \cosh(z)\cosh(w) + \sinh(z)\sinh(w).$$

また同様な  $\sin(z+w)$  についての等式を導け.

4 次の値を求めよ.

- (1)  $\cos(1+i)$
- (2)  $\sin \pi i$
- (3)  $\ln i$
- (4)  $i^i$

5 次の方程式の解を全て求めよ.

- (1)  $\cos z = 3i$
- (2)  $\cosh z = 0$

★ 教科書の 1. 6 節の節末問題 1 15, 1. 7 節の節末問題) 3 6, 9 11, 1. 8 節の節末問題 (p46) 5 18 も参照.