

2021年11月17日(紙での配布はしない)

## 数学演習 IIA-6 回目：補充問題：線型写像

6回目のプリントが早く終わってしまった人への追加問題。

4 線型写像  $f: V \rightarrow V$  が  $f \circ f = f$  を満たすとき、 $V = \text{Im}f \oplus \text{Ker}f$  を示せ。

4'  $A$  を  $n$  次正方行列で  $A^2 = A$  を満たすとする。線型写像  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  を  $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  と定義する。このとき、 $\mathbb{R}^n = \text{Im}f \oplus \text{Ker}f$  を示せ。

5  $f: V \rightarrow V'$  を線型写像とする。

(1)  $W' \subset V'$  を部分集合とする。  $f(f^{-1}(W')) = W' \cap \text{Im}f$  を示せ。

(2)  $W \subset V$  を部分空間とする。  $f^{-1}(f(W)) = W + \text{Ker}f$  を示せ。

### • 補足

4' p167 練習問題 6.6 の類題。

4 は 4' を一般的にしたもの ( $V$  は有限次元でなくて OK)。