

学生番号

氏名

1 次の等角写像を与える 1 次関数 $f(z) = az + b$ を求めよ.

- (1) $i + 1$ を中心とする (反時計回りに) $\pi/4$ だけの回転.
- (2) 点 1 と 0 をそれぞれ i と $-i$ に移す (向きを保つ) 相似変換.

[解答] (1) 順に

- (a) $i + 1$ を 0 に移す平行移動
- (b) $\pi/4$ だけの回転
- (c) 0 を $1 + i$ に移す平行移動

をしたものと考えれば

$$\begin{aligned} f(z) &= e^{i\pi/4}(z - (1 + i)) + (1 + i) \\ &= 2^{-1/2}(1 + i)(z + (1 + i)) + (1 + i) \\ &= 2^{-1/2}(1 + i)z + 1 + (1 + \sqrt{2})i. \end{aligned}$$

(2) これは「2 倍の拡大」と「 $\pi/2$ だけの回転」をして、 $-i$ だけ平行移動する写像なので

$$f(z) = 2e^{i\pi/2}z - i = 2iz - i.$$

(もちろん、 $f(1) = a + b = i$, $f(0) = b = -i$ を解いてもよい.)