

学生番号

氏名

1 (a) 複素数 z について $\cos(z)$ の定義を与え, $\cos(i)$ の値を求めよ.

(b) 次の方程式の解を全て求めよ.

$$\cos z = 2$$

(Hint: $w = e^{iz}$ とおいて, まず w を求める.)

[解答] (a)

$$\cos(z) = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$$

特に $z = i$ とすれば

$$\cos(i) = \frac{1}{2}(e^{-1} + e)$$

(b) $w = e^{iz}$ と置けば

$$\cos z = \frac{1}{2} \left(w + \frac{1}{w} \right)$$

なので, 与えられた方程式は

$$w + \frac{1}{w} = 4$$

となる. 両辺に w をかけて整理すれば

$$w^2 - 4w + 1 = 0$$

この2次方程式の解は

$$w = 2 \pm \sqrt{3}.$$

よって, 解は

$$z = -i \cdot \ln(2 \pm \sqrt{3}) + 2\pi = \pm i \cdot \ln(2 + \sqrt{3}) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$