

学生番号

氏名

- 1 (1) 関数 $\arccos(x)$ の定義されている範囲を明示し, $\arccos'(x)$ が逆関数の微分法からどのように求められるかを説明せよ.
(2) 関数 $\arccos(x)$ はどの範囲で上に凸になるか?

[解答] (1) $[-1, 1]$ 上で定義されている. ($(-1, 1)$ で微分可能.) 逆関数の微分法から

$$\arccos'(x) = \frac{1}{-\sin(\arccos(x))}.$$

ここで $\theta = \arccos(x) \in [0, \pi]$ とおくと

$$\sin(\arccos(x)) = \sin \theta, \quad x = \cos \theta$$

なので

$$\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1-x^2}.$$

よって

$$\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

(2) (1) の結果を再度微分すると

$$\arccos''(x) = -(-1/2)(1-x^2)^{-3/2} \cdot (-2x) = -x(1-x^2)^{-3/2}$$

$x > 0$ で $f''(x) > 0$ であるので, $x \geq 0$ の範囲で (強い意味で) 上に凸.