

学生番号

氏名

- 1 (1) 関数  $\arccos(x)$  の定義されている範囲を明示し,  $\arccos'(x)$  が逆関数の微分法からどのように求められるかを説明せよ.  
(2) 関数  $\arccos(x)$  はどの範囲で上に凸になるか?

[解答] (1)  $[-1, 1]$  上で定義されている. ( $(-1, 1)$  で微分可能.) 逆関数の微分法から

$$\arccos'(x) = \frac{1}{-\sin(\arccos(x))}.$$

ここで  $\theta = \arccos(x) \in [0, \pi]$  とおくと

$$\sin(\arccos(x)) = \sin \theta, \quad x = \cos \theta$$

なので

$$\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1 - x^2}.$$

よって

$$\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

(2) (1) の結果を再度微分すると

$$\arccos''(x) = -(-1/2)(1 - x^2)^{-3/2} \cdot 2x = x(1 - x^2)^{-3/2}$$

$x < 0$  で  $f''(x) < 0$  であるので,  $x \leq 0$  の範囲で (強い意味で) 上に凸.