

学生番号

氏名

1 余弦関数  $\cos z = (e^{iz} + e^{-iz})/2$  を実部と虚部に分けて表せ。またその関数による次の直線の像を求めよ。

$$l_1 = \{z \mid \operatorname{Re}(z) = 0\}, \quad l_2 = \{z \mid \operatorname{Im}(z) = 1\}$$

(ヒント：先週  $\sin z$  について詳しく調べたことを思い出そう。  $\cos(z) = \sin(z + \pi/2)$ )

[解答] (1)  $\cos(x + iy) = \cos x \cosh y + i \sin x \sinh y$  または

$$\cos \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos x \cosh y \\ -\sin x \sinh y \end{pmatrix}$$

(2) 像はそれぞれ

$$\{u + iv \mid u \geq 1, v = 0\} \quad \text{半直線}$$

と

$$\{u + iv \mid (u/\cosh 1)^2 + (v/\sinh 1)^2 = 1\} \quad \text{楕円}$$