

学生番号

氏名

---

1 次の値 (複素数) を求めて, 複素平面上に図示せよ.

$$(a) \left(\frac{6+8i}{4-3i}\right)^2 \quad (b) \sqrt[4]{-4} \quad (\text{これは } z^4 = -4 \text{ の4つの解を表す.})$$

[解答] (a) 絶対値については

$$\left|\left(\frac{6+8i}{4-3i}\right)^2\right| = \frac{|6+8i|^2}{|4-3i|^2} = 4$$

偏角については  $\tan \theta = 4/3$  なる角  $\theta$  をとると

$$\arg\left(\frac{6+8i}{4-3i}\right)^2 = 2(\arg(6+8i) - \arg(4-3i)) = 2\{\theta - -(\theta - \pi/2)\} = \pi.$$

よって

$$\left(\frac{6+8i}{4-3i}\right)^2 = -4.$$

(b)  $z^4 = -4$  は

$$|z^4| = |z|^4 = 4, \quad \arg(z^4) = 4 \arg z = \pi + 2\pi n$$

と同値であるので

$$|z| = 1, \quad \arg(z) = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}.$$

つまり,

$$z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{i}{\sqrt{2}}.$$

(図は省略.)