

学生番号

氏名

- 1 (1) 角領域 $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |\arg z| \leq \pi/4\}$ を上半平面 $H = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}z > 0\}$ に移す等角写像で、原点 0 を原点 0 に移すものを一つ求めよ。
- (2) 上半平面 H 上の $u(x, y) = xy$ を (1) で求めた等角写像で D 上の関数を見なしたものを $v(x, y)$ とする。 $v(x, y)$ を具体的に求め、調和関数であることを確かめよ。

[解答] (1) 求める等角写像 (の一つ) は $f(z) = iz^2$. (他にもあるがかなり複雑になる.)
(2) $v(z) = u(f(z))$ である. (講義中の議論を参照.) そこで $z = x + iy$ と表すと,

$$\begin{aligned} v(z) = u(f(z)) &= u(i(x + yi)^2) = \operatorname{Im}(i(x + yi)^2)\operatorname{Re}(i(x + yi)^2) \\ &= \operatorname{Re}((x + yi)^2) = (x^2 - y^2)(-2xy) = -2xy(x^2 - y^2). \end{aligned}$$

微分の計算は省略.