

# 数学演習後期第1回＝線形代数後期第1回

10/7 解説

狙い：一次独立、一次従属の理解。

- 1 問題 4.2(7) を解け。(証明を与えよ。)
- 2  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ ,  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ ,  $\mathbf{u}_3 = \mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{u}_4 = \mathbf{v}_4 - \mathbf{v}_1$  と定義する (間違っています)。正しくは、 $\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3$ ,  $\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{v}_4 = \mathbf{u}_4 - \mathbf{u}_1$  と定義する。次の命題の真偽を判定せよ。
- (a)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  は一次従属である。
  - (b)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  は一次従属である。
  - (c)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  は一次従属である。
  - (d)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  は一次独立である。
  - (e)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  は一次独立である。
  - (f)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  は一次独立である。
  - (g)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  は一次独立である。
  - (h)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。
  - (i)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。
  - (j)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。
  - (k)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。
- 3 上の問題 2 のうち、真、偽を選んだ命題を一つずつ選んで理由を述べよ。

---

問題は以上です。

- 2 答えだけでいいです。(a) × (b) ○... などでもいいです。真と偽、T と F でも何でも OK。
- 3 真の場合は証明を与える、偽の場合は反例を与える、のが普通ですが、その他の理由付けや説明でもいいです。