

## 数学演習後期第10回＝線形代数後期第5回

狙い：固有値、固有ベクトルの応用：行列の冪。射影行列。

$$A = \begin{pmatrix} -12 & 16 & -29 \\ 5 & -5 & 11 \\ 8 & -10 & 19 \end{pmatrix} \text{ とする。}$$

- (a)  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  と固有ベクトル  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  を求めよ。
- (b)  $P^{-1}AP$  が対角行列となるような正則行列  $P$  を一つ求めよ。
- (c)  $A^n$  を求めよ。
- (d)  $\exp(A)$  を求めよ。
- (e) ビデオで定義した射影行列  $P_1, P_2, P_3$  を求めよ。
- (f) ビデオで証明した定理に挙げた性質 (1)(2)(3)(4) を、(e) で求めた  $P_1, P_2, P_3$  が満たすことを確認したか？
- (g) それを利用して  $\exp(A)$  を求めよ。

---

問題は以上です。

- (a) の計算過程は書いてください。固有多項式、固有値、固有ベクトルの計算の再確認です。
- (b) は (a) ができていれば一瞬なので途中経過は不要です。
- (c)(d) は (b) を使って解くことを前提としています。
- (c)(d) の答えは短くありません。ごめんなさい。
- (f) での確認の計算は書く必要はありません。答えだけを「(1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○」のように書いてください。「○×」でも「はい、いいえ」でも「yes, no」でも「Y, N」でも判ればなんでもいいです。「(1)(2)(3)(4) 全部確認した」を歓迎します。
- (g) ビデオで紹介した定理の系を用いることを前提としています。