

数学演習 (第 4 回 = 線形代数第 2 回)

6/3 出題, 6/9 提出締切, 6/10 解説

狙い: 連立 1 次方程式

- 1 (1.4 節の言葉遣いの確認、階数の計算法 p27 問題 2.2 の 4 も参照)
教科書 p33, 問題 2.3(6) の連立 1 次方程式を考える。
 - (1) 係数行列を書け。
 - (2) 拡大係数行列を書け。
 - (3) 係数行列の階数を求めよ。
 - (4) 拡大係数行列の階数を求めよ。
- 2 (連立方程式の解法) 教科書 p33, 問題 2.3(7) の連立 1 次方程式を解け。
- 3 A を $m \times n$ 行列とする。
 A の最後の列を消した $m \times (n - 1)$ 行列を B とする。
 A の最後の行を消した $(m - 1) \times n$ 行列を C とする。
 B の最後の行を消した $(m - 1) \times (n - 1)$ 行列を D とする。
なお、 C の最後の列を消した行列が D でもある。
 $\text{rank } C > \text{rank } D$ ならば $\text{rank } A > \text{rank } B$ であることを示せ。

料理長からのメッセージ

- 1 まずは (1)(2) がちゃんとできて、(3)(4) の計算ができることが第 1 目標です。
(1)(2) は答えのみで良いです。(3)(4) は途中の計算をしっかりと書いてください。
補足 (最低限よりも少し高い目標): (3) と (4) の計算をまとめ書きしても構わないし歓迎します。その場合に、計算が終わった後で、計算結果の「どの部分が (3) の答えに関係し、どの部分が (4) の答えに関係するのか」を明記してから、答えの数値を書きましょう。すなわち、同じ要請を繰り返しますと、「簡約化の計算が終わって、いきなり階数の二つの数値を書いて終了」では、今回のこの問題のレポートの場合は説明不足である、と落合は申しております。
なお、階数を求めるときに簡約化をするのが標準的な方法で、簡約化を練習するのが出題の趣旨ですが、第 2 章に書かれている定理などを援用して別の方法で解答しても差し支えはありません、まあ、無理にお勧めしませんけど。
- 2 これも、途中の計算 (基本変形) をしっかりと書いてください。
- 3 おそらくノーヒントでは難しいでしょう。どうかな。後でヒントを追加する予定です。ノーヒントで解答したい人は 6/5(金) のお昼までに答案を出してみてください。