

数学演習第13回＝線形代数第6回

8/4 提出締切, 8/5 解説

狙い：行列の計算練習。どの問題も習った範囲ではあるのですが、教科書の3章までには類題が扱われていないので、特に最後の2題は頭を使うかもしれません。そのため、追加プリント (Ex7) にヒント (誘導) を与えてあります。追加プリントの解答 (Ex7Solution) に書いた方針も適宜、参考にしてください。

$$\boxed{32} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ とする。}$$

- (1) 連立1次方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{x}$ を解け。
- (2) 連立1次方程式 $A\mathbf{x} = 2\mathbf{x}$ を解け。
- (3) 連立1次方程式 $A\mathbf{x} = 3\mathbf{x}$ を解け。

$$\boxed{126} \quad \text{実数を成分とする行列 } A \text{ で } A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ となるものは存在しないことを示せ。}$$

$$\boxed{132} \quad N \text{ を } m \text{ 次の冪零行列、} D \text{ を } n \text{ 次の正則行列、} C \text{ を } m \times n \text{ 行列とする。この時、}$$
$$\begin{pmatrix} N & C \\ O & D \end{pmatrix} P = P \begin{pmatrix} N & O \\ O & D \end{pmatrix} \text{ を満たす正則行列 } P \text{ が存在することを示せ。}$$

問題は以上です。

- 問題 $\boxed{32}$ の行列 A の出典は問題 5.3(P105) 2(1)。
- 問題 $\boxed{126}$ での証明で問題 $\boxed{125}$ を用いる場合は問題 $\boxed{125}$ も証明してください。問題 $\boxed{125}$ を用いない場合は $\boxed{125}$ を証明しなくていいです。
- 問題 $\boxed{132}$ の証明で問題 $\boxed{131}$ の一部を用いる場合は、用いる小問も証明してください。用いない小問は証明しなくていいです。
- どちらも、 $\boxed{125}$ や $\boxed{131}$ を用いない解法もあります。
- 今回はこの数学演習 (線形代数) の最後のレポートです。3題が全部溶けていなくても一部の解けた問題の答案を先行して提出し、残りの答案を後期限内に提出することも、認めます。