

数学演習 (線形代数第 1 回)

5/18 出題, 5/25 解説

狙い : 教科書 1.1 節と 1.2 節の内容。行列の演算に慣れる。

1 (教科書 p5, 問題 1.1 の 8)

行列 A が対称行列であり、しかも交代行列であるとき、 $A = O$ であることを示せ。

2 (教科書 p10, 問題 1.2 の 8)

(1) A が上三角行列で c がスカラーであるとき、行列 cA も上三角行列であることを示せ。

(2) A, B が同じサイズの上三角行列であるとき、和 $A + B$ も上三角行列であることを示せ。

(3) A, B が同じサイズの上三角行列であるとき、積 AB も上三角行列であることを示せ。

3 (追加プリントの 23(iv)) $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

(1) P^{-1} を求めよ。

(2) $C = P^{-1}AP$ を求めよ。

(3) C^n を求めよ。

(4) PCP^{-1} を求めよ。

(5) A^n を求めよ。

問題は以上です。

料理長からのメッセージ : 本日の主菜 (舌平目と牛頬肉) は 2(3) と 3(5) です。

しかし、付け合せのニンジンなど (他の問題) も美味しくいただきます。

2 (3) のヒント。 $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q & r \\ 0 & s & t \\ 0 & 0 & u \end{pmatrix}$ の (2,1) 成分を計算してみましょう。

3 (3) 証明は不要ですので結論を書いてください。参考 : 教科書 p10, 問題 1.2 の 3(3)。

3 (5) 式は長く汚くなりますが、行列の積を計算して、それぞれの成分を書きましょう。教科書 p106, 例題 5.4.1 のような答えの書き方を想定しています。また、解答に必要ではありませんが、長い式は途中の計算のミスや書き誤りが起こりやすいので、「 $n = 1$ の時に A になるか」「 $n = 0$ の時に単位行列になるか」を検算することをお勧めします。