数学２B　　練習問題　　No.7　　(6/22)

$\boxed{1}$　次の条件で定まる図形は（一般化された）円であることを示せ．

$$\left|\frac{az+b}{cz+d}\right| = 1, \qquad (a,b,c,d \text{ は } ad-bc \neq 0 \text{ をみたす定数．})$$

$\boxed{2}$　関数 $f(z) = (z-i)/(z+i)$ による３点 $0,1$ および ∞ の像および実軸 $\mathbb{R}$ の像を求めよ．

$\boxed{3}$　関数 $f(z) = 1/z$ による次の集合の像を求めよ．

(1) 実軸と無限遠点 ∞,

(2) 直線 $\mathrm{Re}(z) = 1$, $\mathrm{Re}(z) = 0$, $\mathrm{Re}(z) = -1$,

(3) $\mathrm{Re}(z) > 1$ で定まる領域．

$\boxed{4}$　$f(z) = (z-i)/(z+i)$ による次の図形の像を求めよ．

(1)　直線 $\mathrm{Re}(z) = 1$, $\mathrm{Re}(z) = 0$, $\mathrm{Re}(z) = -1$,

(2)　直線 $\mathrm{Im}(z) = 1$, $\mathrm{Im}(z) = 0$, $\mathrm{Im}(z) = -1$,

(3) 原点を通る直線群．

$\boxed{5}$　$f(z) = (z+1)/(z-1)$ による次の図形の像を求めよ．

(1)　円 $|z| = 1$,

(2) 直線 $\mathrm{Re}(z) = 0$, $\mathrm{Re}(z) = \pm 1$.

$\boxed{6}$　$f(z) = (z+1)/(z+2)$ による次の図形の像を求めよ．

(1)　円 $|z| = 1$,

(2) 直線 $\mathrm{Re}(z) = 0$, $\mathrm{Re}(z) = \pm 1$.

$\boxed{7}$　$f(z) = (az+b)/(cz+d)$（a,b,c,d は実数で $ad-bc > 0$）は上半平面を上半平面に移すことを示せ．

$\boxed{8}$　$f(z) = e^{i\theta}(z-\alpha)/(\overline{\alpha}z-1)$（$|\alpha| < 1$, $\theta \in \mathbb{R}$）は単位円板 $|z| < 1$ をそれ自身に移すことを示せ．