

1 次の言葉, 記号について説明せよ.

複素数, 実部, 虚部, 複素共役, 極表示 (極形式), 偏角, 偏角の主値, 絶対値,
オイラーの公式, ドモアブルの公式, べき根, 領域*, \arg と Arg ,

また, 次の事柄について説明せよ.

- (1) 2つの複素数 α, β の極座標と積 $\alpha\beta$ および商 α/β の極座標の関係.
- (2) 複素数 α の極座標とべき乗 α^n の極座標の関係.
- (3) 複素数 α の極座標とべき根 $\sqrt[n]{\alpha}$ (つまり $z^n = \alpha$ の解) の極座標の関係.
- (4) 複素数 α とその複素共役 $\bar{\alpha}$ に極座標の関係.

2 次の値を (a) 通常の数と (b) 極座標をつかった幾何学的方法で求めよ.

$$(a) (1 + \sqrt{3}i)^3 \quad (b) \frac{1+i}{1-i} \quad (c) (1+i)^5$$

3 次の値 (複素数) を求めて, 複素平面上に図示せよ.

$$(a) \left(\frac{6+8i}{4-3i}\right)^2 \quad (b) \sqrt[4]{-4} \quad (\text{これは } z^4 = -4 \text{ の4つの解を表す.})$$

4 次の方程式の解を求めて, 複素平面上に図示せよ.

- (1) $z^3 = 1 + i$,
- (2) $z^2 + (7+i)z + 24 + 7i = 0$.

5 次の等式と不等式を示せ.

$$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2, \quad |z+w| \leq |z| + |w|$$

★ 教科書の問題 1.1, 1.2 も (少なくとも奇数番号の答えのある問題は) やっておくこと.

1 次の事柄について説明せよ.

- (1) 複素変数の指数関数 e^z と三角関数 ($\sin z, \cos z, \tan z$) の定義.
- (2) 複素変数の双曲線関数 ($\sinh z, \cosh z, \tanh z$) の定義.
- (3) 対数関数 $\ln(z)$ と一般べき z^α の定義とその多価性.
- (4) 対数関数の主値 $\text{Ln}(z)$ について説明せよ.

2 次の等式を確かめよ.

$$\sin(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y \quad (z = x + iy)$$

また $\cos(z)$ について同様の等式を導け.

3 次の等式を確かめよ.

$$\cosh(z + w) = \cosh(z) \cosh(w) + \sinh(z) \sinh(w).$$

また $\sin(z + w)$ について同様の等式を導け.

4 次の等式を確かめよ.

$$(\sin z)^2 + (\cos z)^2 = 1$$

$|\sin(z)| \leq 1$ は常に成り立つか?

5 次の値を求めよ.

- (1) $\cos(1 + i)$
- (2) $\sin \pi i$
- (3) $\ln i$
- (4) i^i

6 次の方程式の解を全て求めよ.

- (1) $\cos z = 3i$
- (2) $\cosh z = 0$

★ 教科書の 1.6 節の節末問題 (p36) 1–15, 1. 7 節の節末問題 (p41) 3–6, 9–11, 1.8 節の節末問題 (p46) 5–18 のうち少なくとも奇数番号の答えのある問題をやっておくこと.