

行列の積の練習問題

(作成途中)

version: April 24, 2020

(1) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ の時、 AB , BA を求めよ。

(2) $ad - bc \neq 0$ であるとする。 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ の時、 AB , BA を求めよ。

定義：逆行列

$AB = BA = E$ が成り立つとき、 B は A の逆行列であるという。
この時 $B = A^{-1}$ と書く。

定理：逆行列

$ad - bc \neq 0$ であるとする。 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列は $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ である。

証明：上記の問題(2)で示したことである。

(3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。 $B = {}^tA$, $C = AB - BA$ とする。
 B, C を求めよ。また、 $AC - CA, BC - CB$ を求めよ。

(4) $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{-1} \\ \sqrt{-1} & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ とする。
 X^2, Y^2, Z^2, H^2 を求めよ。 XZ, ZX, XY, YX, YZ, ZY を求めよ。 HZH を求めよ。

さらに $S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1} \end{pmatrix}$ とする。 S^2, S^{-1} を求めよ。 SXS^{-1} を求めよ。