

# 数学演習後期第1回＝線形代数後期第1回

10/7 解説

狙い：一次独立、一次従属の理解。

1 問題 4.2(7) を解け。(証明を与えよ。)

2  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ ,  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ ,  $\mathbf{u}_3 = \mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{u}_4 = \mathbf{v}_4 - \mathbf{v}_1$  と定義する。次の命題の真偽を判定せよ。

(a)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  は一次従属である。

(b)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  は一次従属である。

(c)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  は一次従属である。

(d)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  は一次独立である。

(e)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  は一次独立である。

(f)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  は一次独立である。

(g)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  は一次独立である。

(h)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。

(i)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。

(j)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。

(k)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  が一次独立であれば、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  が一次独立である。

3 上の問題 2 のうち、真、偽を選んだ命題を一つずつ選んで理由を述べよ。

---

問題は以上です。

2 答えだけでいいです。(a) × (b) ○... などでもいいです。真と偽、T と F でも何でも OK。

3 真の場合は証明を与える、偽の場合は反例を与える、のが普通ですが、その他の理由付けや説明でもいいです。