

## 数学演習後期第12回 = 線形代数後期第6回

狙い：実対称行列の対角化、2次形式の符号、正定値の判定。

1 次の実対称行列  $A$  を直交行列  $P$  で対角化せよ。  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^8$  とする。  $q(\mathbf{x}) = 2 \sum_{i=1}^8 x_i^2 - 2(x_1x_4 + \sum_{i=2}^7 x_i x_{i+1})$  とする。

- (a) 2次形式  $q$  を実対称行列  $A$  を用いて  $q(\mathbf{x}) = {}^t \mathbf{x} A \mathbf{x}$  と表した時の  $A$  を記せ。  
(b)  $q$  は正定値か？

3  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{10}$  とする。  $q(\mathbf{x}) = 2 \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 2(x_1x_4 + \sum_{i=2}^9 x_i x_{i+1})$  とする。2次形式  $q$  の符号を求めよ。

---

問題は以上です。

- 2 (a) は結果だけで良いです。
- 1 では、直交行列  $P$  と、最終結果の対角行列も書いてください。
- 1, 2 (b), 3 は、計算や理由などを書いてください、もちろん。
- 教科書の定理やビデオの結果を利用するときは、その旨、引用を明示的に書いてください。
- 8次元とか10次元とかが煩わしい人は、 $n$ 次元に一般化して解いてもらって良いです。歓迎します。(なお、 $n \geq 5$ と仮定していいです。)