

(**) $q = (x_1 - x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2$ から、行列 P を

読み取るプロセスの追加説明

$$q = y_1^2 + y_2^2 \quad \text{とまかめるには}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 - x_2 = y_1 \\ x_2 + x_3 = y_2 \end{array} \right\} \text{とすると良いだろう。}$$

変数の変数変換なので

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

では、足りないので

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ * & * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

とする必要はある。 $***$ の所の取り方はいくつかある

教科書では $*** = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ と選んでいる。

(特に理由はない。シミュレーションに、任意に、そうしている)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

\parallel
 P^{-1}

$$P^{-1}x = y \quad \text{つまり} \quad x = Py.$$

なお、このとき

$$q = {}^t x A x = {}^t (P y) A (P y) = {}^t y {}^t P A P y$$

なので、 y 変数に対応する対称行列は、 ${}^t P A P$ である。